 

**实 验 报 告**

|  |  |
| --- | --- |
| **课程名称：** | **数学实验** |
| **姓名：** | **许柏城** |
| **序号：** | **62** |
| **班级：** | **18级信息工程6班** |
| **日期：** |  |

**数学学院**

**2017年3月**

# 实验三 代数模型实验

## 实验目的

1.理解投入产出分析中的基本概念和模型；

2.从数学和投入产出理论的角度，理解矩阵乘法、逆矩阵等的含义；

3.用投入产出模型解决实际问题。

## 基本概念

1.投入产出分析：投入产出分析（Input-output Analysis）是利用线性模型，对经济系统（小到一家公司，大到整个国家乃至国际经济共同体）中各个部门在产品的产出和投入之间的数量依存关系进行综合分析和考察的一种科学方法，也是进行经济预测和制定经济政策和措施所依据的经济数学模型。

2.直接消耗系数：直接消耗系数**aij**表示第**j**部门生产单位产值消耗第**i**部门的产品产值量，其计算公式为：



即第**j**部门在生产过程中消耗第**i**部门的产品价值与第**j**部门的总产品价值之比，其中**xij**表示

第**j**部门的总产品价值。直接消耗系数矩阵为

3.完全消耗系数矩阵：完全消耗系数是指某一部门每提供一个单位的最终产品，需要直接和间接消耗（即完全消耗）各部门的产品或服务数量。它揭示了部门之间的直接和间接的联系，更全面更深刻地反映部门之间相互依存的数量关系。

## 实验内容

### 问题1

（经济计划上的应用）某城市发展经济，主要依靠它的农业、工业及服务业，现经过调查统计，知道该市的“投入”系数如下Fig-1所示：

**Figure 1某市的投入系数表**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **农业** | **工业** | **服务业** |
| 农业 | 0.2 | 0.3 | 0.2 |
| 工业 | 0.4 | 0.1 | 0.2 |
| 服务业 | 0.1 | 0.3 | 0.2 |

现该市预算明年在农业上可有 10 亿元盈余，工业有 5 亿元盈余，服务业有 6 亿元盈余。要达到这项预算，问该市明年农业、工业和服务业的生产总值分别是多少?

#### 问题分析

求解各行业的总产出可以根据公式求解生产总值向量，因此可以直接求出列昂捷夫矩阵*I-A*，再用上式计算生产总值向量。

各部门在生产产品以满足消费者需求时，生产者对生产过程中所需投入的产品也会有中 间需求。列昂节夫寻求一个产出水平x，使得产出量恰好等于产品的总需求，即满足



列昂节夫投入产出模型有一个基本假设：每个部门i 都存在一个单位消耗向量***a***i∈***R***n，它列出了该部门每产出一个单位所需的投入。令



容易看出， ***x***i***a***i 表示第i 个部门的中间需求，因此所有部门的中间需求为



得到列昂节夫投入产出模型



可将上式写为：



其中***I***为单位矩阵，***I-A***称为该系统的列昂节夫矩阵。当矩阵***I-A***的逆矩阵存在时，上式的解为：



#### 实验过程

%问题一代码

A = [0.2,0.3,0.2; %直接消耗矩阵

0.4,0.1,0.2;

0.1,0.3,0.2];

y = [10;5;6]; %输入外部需求向量y

n = size(y,1);

W = eye(n) - A;

x = W\y;

disp('生产总值为：')

x'

#### 实验结果

生产总值为：

ans =

24.8438 20.6771 18.3594

#### 结果分析

因此，明年农业、工业和服务业的生产总值分别为24.84亿元、20.68亿元和18.36亿元，该结果符合实际情况。

### 问题2

（进出口贸易上的应用）假设某地区只有A、B、C 三个经济部门，它的投入产出表如表 Fig-2 所示。在此表的基础上，若计划有了改变，即A 部门要进口 30 吨产品；C 部门产品要出口 36 吨，问总产品与各部门之间的投入将发什么变化？

**Figure 2投入产出表**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **产出**  **投入** | **A** | **B** | **C** | **最终产品** | **总产品** |
| A | 30 | 20 | 50 | 150 | 250（吨） |
| B | 20 | 30 | 35 | 115 | 200（千米） |
| C | 16 | 18 | 2 | 64 | 100（部） |

#### 问题分析

由题干可知，A的外部需求减少30个单位，C的外部需求增加36个单位。

列昂节夫投入产出模型为：





其中I为单位矩阵，I-A称为该系统的列昂节夫矩阵。外部需求变化时，总产量和各部门投入均会变化，这里研究外部需求增加1单位时，总产量和各部门投入的变化情况。

设外部需求由增加至，根据方程组，可得产出x的增量为：



当A的外部需求增加1个单位,而其余部门的外部需求不变时，令 ，则3个部门的总产出增加等于的第一列。类似，当B的外部需求增加1个单位，而其余部门的外部需求不变时，3个部门的总产出增加等于的第二列;当C的外部需求增加1个单位,而其余部门的外部需求不变时，则 3个部门的总产出增加等于的第三列。

#### 实验过程

%问题二代码

clc

clear all

x = [30 20 50;

20 30 35;

16 18 2];

X = [250 200 100]; %总产品情况

X\_rep = repmat(X,3,1);

A = x./X\_rep;

W = eye(size(A, 1)) -A; %I-A

dx = inv(W)； %外部需求增加1单位时的变化情况

disp('计划改变后的总产量:')

X\_changed = X'-30\*(dx(:,1))+36\*(dx(:,3)) %计划改变后的总产量,用变化量求

disp('计划改变后的各部门投入:')

x\_changed = A.\*repmat(X\_changed',3,1) %计划改变后的各部门投入

#### 实验结果

计划改变后的总产量:

Xchanged =

238.7349

214.3038

137.3126

计划改变后的各部门投入:

x\_changed =

#### 28.6482 21.4304 68.6563

#### 19.0988 32.1456 48.0594

#### 15.2790 19.2873 2.7463

#### 结果分析

#### ABC三个经济部门总产品量变为238.73吨、214.30吨和137.31吨；计划改变后三个部门之间的投入变为：28.6482、21.4304、68.6563吨；19.0988、32.1456、48.0594吨；15.2790、19.2873、2.7463吨。

### 问题三

设国民经济由农业、制造业和服务业三个部门构成，已知某年它们之间的投入产出关 系、外部需求、初始投入等如表Fig-3所示。

**Figure 3国民经济三个部门之间的投入产出表**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **产出**  **投入** | **农业** | **制造业** | **服务业** | **外部需求** | **总产出** |
| 农业 | 15 | 20 | 30 | 35 | 100 |
| 制造业 | 30 | 10 | 45 | 115 | 200 |
| 服务业 | 20 | 60 | 0 | 70 | 150 |
| 初始投入 | 35 | 110 | 75 |  |  |
| 总投入 | 100 | 200 | 150 |  |  |

根据表 Fig-3 回答下列问题：

1. 如果今年对农业、制造业和服务业的外部需求分别为50, 150，100亿元，问这三个部门的总产出分别应为多少？
2. 如果三个部门的外部需求分别增加 1 个单位，问它们的总产出应分别增加多少？

#### 问题分析

分析题目可知，农业的外部需求增加15个单位，制造业的外部需求增加35个单位，服务业的外部需求增加30个单位。类似问题二进行如下分析：

列昂节夫投入产出模型为：





其中I为单位矩阵，I-A称为该系统的列昂节夫矩阵。

设外部需求由增加至，根据方程组，可得产出x的增量为：



当A的外部需求增加1个单位,而其余部门的外部需求不变时，令 ，则3个部门的总产出增加等于的第一列。类似，当B的外部需求增加1个单位，而其余部门的外部需求不变时，3个部门的总产出增加等于的第二列;当C的外部需求增加1个单位,而其余部门的外部需求不变时，则3个部门的总产出增加等于的第三列。

#### 实验过程

%问题三代码

clc

clear all

x = [15 20 30; %输入投入关系

30 10 45;

20 60 0];

X = [100 200 150]; %总需求

X\_rep = repmat(X,3,1);

A = x./X\_rep; %直接消耗矩阵

W = eye(3)-A;

deltax = inv(W); % 外部需求增加1单位时的变化情况

X\_changed = X'+15\*(deltax(:,1))+35\*(deltax(:,2))+30\*(deltax(:,3)); % 1）问：改变后总产量

disp('1）问：改变后总产出：')

X\_changed

disp('2）问：单位变化量：')

deltax

#### 实验结果

1）问总产出：

X\_changed =

139.2801

267.6056

208.1377

2）问总产出变化量：

deltax =

1.3459 0.2504 0.3443

0.5634 1.2676 0.4930

0.4382 0.4304 1.2167

#### 结果分析

1. 农业、制造业和服务业在改变外部需求后总产出分别变为139.28吨、267.61吨、208.14吨。
2. 如果农业、制造业和服务业三个部门的外部需求分别增加1个单位，那么他们它们的总产出应分别增加1.3459、0.2504、0.3443吨；0.5634、1.2676、0.4930吨；0.4382、0.4304、1.2167吨。

## 实验总结

通过此次实验操作，我基本理解了投入产出分析中的基本概念和模型；从数学和投入产出理论的角度，进一步理解矩阵乘法、逆矩阵等的含义，对直接消耗、完全消耗这些名词有了一个大致的认识。在实验过程中，我充分体会到理解和实践的重要性，如果不能充分理解课本上关于投入产出模型的介绍，就无法理解代码，无法洞悉模型的流程。同样的，如果不去实际操作，课堂上的理解都只能局限于纸上谈兵，要亲自实践动脑思考一些新的问题才能有效地吸收巩固知识，才能察觉到模型应用中存在的细节问题。最后，在本次课外练习中，所有的实验均由我独立完成，相关代码和图片结果也都整理到位，代码中存在疑惑的地方以及需要注意的地方均已注释好，以备下次复习时使用。

在这次实验里，我花了许多课后时间查找关于投入产出的公式和应用，这些让我收获良多，并且极大地激发了我对MATLAB处理实际问题的兴趣。但同时我也意识到自己还有许多知识盲区，我以后会加强这方面的学习。

6 许柏城 62 课外作业3

2020-04-06 17:00